

### Вариант 3

№ п\п	ОТВЕТЫ
1	12500
2	2
3	4
4	0;5
5	132
6	38
7	4,5
8	1
9	40
10	71
11	5
12	3
13	13
14	4
15	2
16	80
17	5
18	1
19	0,88
20	1,28

21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = -7, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

**Решение.**

Из первого уравнения системы находим  $y = -x - 7$ . Подставив полученное выражение во второе уравнение системы, получаем

$$x^2 + 14x + 49 + x^2 = 25; \quad x^2 + 7x + 12 = 0,$$

откуда находим  $x = -4, x = -3$ . Таким образом, решение исходной системы  $(-4; -3), (-3; -4)$ .

Ответ:  $(-4; -3), (-3; -4)$ .

22. Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

**Решение.**

Обозначим выполняемую мальчиками работу по покраске забора за 1. Пусть за  $\frac{1}{v_1}$ ,  $\frac{1}{v_2}$ ,  $\frac{1}{v_3}$  часов Игорь, Паша и Володя, соответственно, покрасят забор, работая самостоятельно. Игорь и Паша красят забор за 20 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_2} = 20 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{1}{20}$$

Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа:

$$\frac{1}{v_3 + v_2} = 12 \Leftrightarrow v_3 + v_2 = \frac{1}{24},$$

а Володя и Игорь — за 30 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_3} = 30 \Leftrightarrow v_1 + v_3 = \frac{1}{30}.$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{1}{20}, \\ v_3 + v_2 = \frac{1}{24}, \\ v_1 + v_3 = \frac{1}{30}. \end{cases}$$

Просуммируем левые и правые части данных трех уравнений, получим:

$$\begin{aligned} 2(v_1 + v_2 + v_3) &= \frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30} \Leftrightarrow 2(v_1 + v_2 + v_3) = \frac{1}{8} \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{v_1 + v_2 + v_3} = 16. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

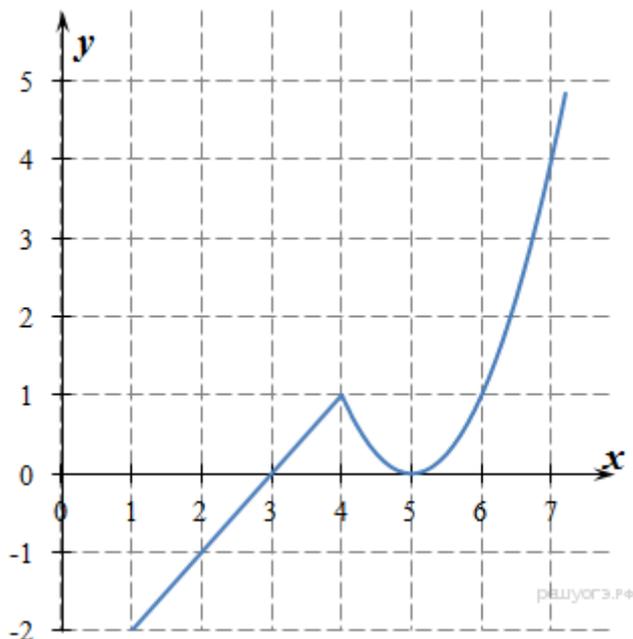
**23.** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25, & \text{если } x \geq 4, \\ x, & \text{если } x - 3 < 4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

**Решение.**

Построим график функции  $y = x - 3$  при  $x < 4$  и график функции  $y = x^2 - 10x + 25$  при  $x \geq 4$ .

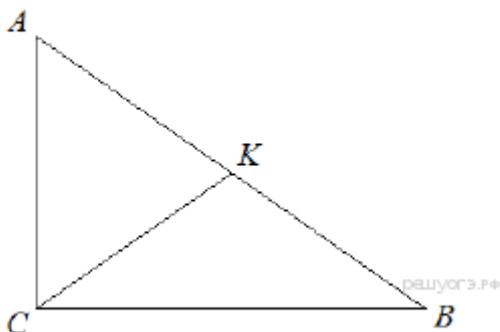


Прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки при  $m = 0$  и  $m = 1$ .

Ответ: 0; 1.

24. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

Решение.



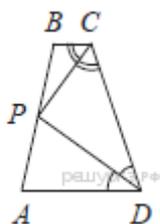
Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине:

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.

25. Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ , лежащей на стороне  $AB$ . Докажите, что точка  $P$  равноудалена от прямых  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ .

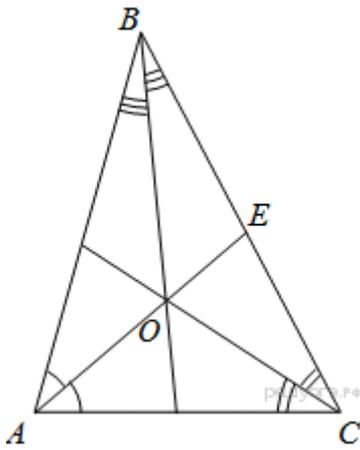
Решение.



По свойству биссектрисы угла точка  $P$  равноудалена от прямых  $AD$  и  $CD$  (так как лежит на биссектрисе угла  $D$ ) и равноудалена от прямых  $BC$  и  $CD$  (так как лежит на биссектрисе угла  $C$ ). Значит, точка  $P$  равноудалена от всех трёх указанных прямых.

26. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 40:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 30.

Решение.



С Проведем построения и введём обозначения как показано на рисунке.  
 Рассмотрим треугольник  $ACE$ ,  $CO$  — биссектриса, по свойству биссектрисы:

$$\frac{AO}{OE} = \frac{AC}{CE} \Leftrightarrow AC = 40CE.$$

Рассмотрим треугольник  $ABE$ ,  $BO$  — биссектриса, по свойству биссектрисы:

$$\frac{AO}{OE} = \frac{AB}{BE} \Leftrightarrow AB = 40BE.$$

Складывая два получившихся равенства, получаем:

$$AB + AC = 40(CE + BE) = 40BC = 1200.$$

Таким образом, периметр треугольника  $ABC$  равен 1230.

Ответ: 1230.